

MATURITA 2012
EXTERNÁ ČASŤ
MATEMATIKA

NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU.

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzťahov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.**

Želáme vám veľa úspechov.

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

- Vyriešte úlohy **01** až **20** a do odpovedového hárka zapíšete vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.
- Výsledok zapisujete do odpovedového hárka **pomocou desatinných čísel**.
- Pri zápise rešpektujte predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
- Výsledky uvádzajte buď presné, alebo – ak sú to desatinné čísla s viac ako dvomi desatinnými miestami – **zaokrúhlené s presnosťou na dve desatinné miesta**.
- Ak je váš výsledok celé číslo, **nevypínajte** políčka za desatinnou čiarkou.
- Znamienko – (mínus) napíšete do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty, ...) **nezapisujete** do odpovedového hárka.

Napríklad:

výsledok 5 cm	zapíšte	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	5	,	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
výsledok –4 633,1	zapíšte	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	–	4	6	3	3	,	1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
výsledok 27,19°	zapíšte	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	2	7	,	1	9	<input type="text"/>	<input type="text"/>
výsledok 81,42561	zapíšte	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	8	1	,	4	3	<input type="text"/>	<input type="text"/>
výsledok $\frac{5}{3}$	zapíšte	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	1	,	6	7	<input type="text"/>	<input type="text"/>
výsledok 2:5	zapíšte	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	0	,	4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

1 Rovnica $\sqrt{44 - x} = 2 - x$ má práve jeden koreň v množine reálnych čísel. Určte tento koreň.

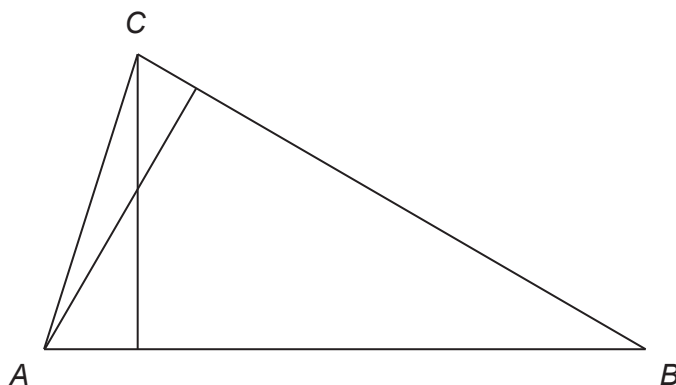
2 Tri kladné čísla sú v pomere 2 : 3 : 4. Súčet čísel je 99. Určte súčin týchto troch čísel.

3 Daná je funkcia $f: y = \sqrt{\frac{x-3}{4-x}}$. Určte číslo, v ktorom funkcia f nadobúda hodnotu 1.

4 Pavol si zapísal na papier šesťciferné telefónne číslo. Zistil, že je deliteľné bez zvyšku číslami 3, 4 a 5. Po týždni telefónne číslo potreboval, ale nevedel po sebe prečítať posledné dve cifry. Nájdite nečitateľné dvojčiferné číslo AB zo zapísaného telefónneho čísla 714 5AB.

- 5 Na ktorom mieste sa umiestnil Peter v pretekoch v behu na 5 000 metrov, ak devätina všetkých súťažiacich dobehla do cieľa pred Petrom a päť šiestin všetkých súťažiacich za Petrom?

- 6 V trojuholníku ABC sú veľkosti vnútorných uhlov $\alpha = 80^\circ$ a $\beta = 70^\circ$. Určte v stupňoch veľkosť uhla medzi výškou na stranu c a výškou na stranu a .



- 7 Grafom kvadratickej funkcie $f: y = x^2 + 7x + 6$ je parabola s vrcholom $V[v_1; v_2]$. Vypočítajte súradnicu v_2 vrcholu paraboly.

- 8 Kváder $ABCDEFGH$ má rozmery $|AB| = 5$ cm, $|BC| = 4$ cm a $|BF| = 6$ cm. Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla telesových uhlopriečok BH a CE .

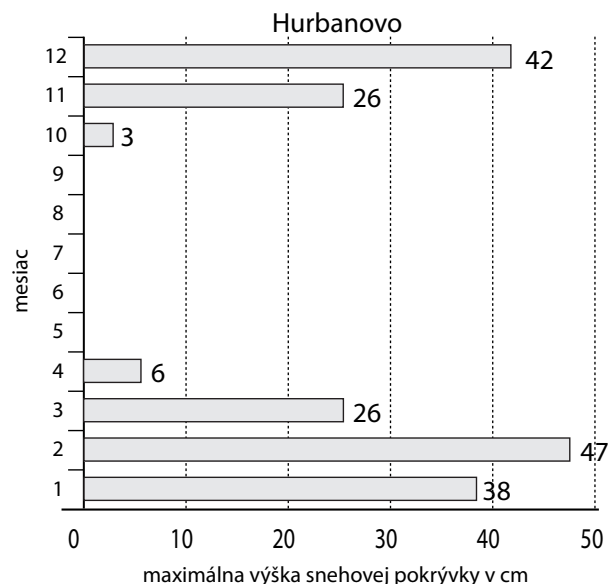
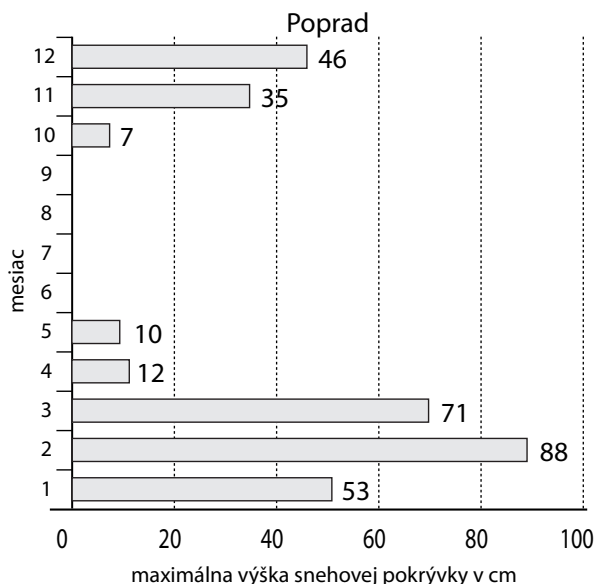
- 9 Jana chcela zistiť súčet prvých päťdesiatich celých kladných čísel. Pri sčítaní jedno číslo náhodou vynechala. Dostala súčet deliteľný číslom 60. Určte číslo, ktoré Jana pri sčítaní vynechala.

- 10 Daná je priamka p určená rovnicou $y = \frac{7}{2}x + 2012$. Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla priamky p s osou y .

- 11 Na medzinárodnej konferencii zasadá 40 účastníkov. Každý účastník ovláda aspoň jeden z jazykov: anglický jazyk, nemecký jazyk alebo francúzsky jazyk. Desiat účastníkov ovláda len anglický jazyk, sedem účastníkov len nemecký jazyk a deväť účastníkov len francúzsky jazyk. Vypočítajte, aká je pravdepodobnosť, že dvaja náhodne vybratí účastníci konferencie ovládajú aspoň dva z uvedených jazykov. Výsledok zapíšte ako číslo z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$.

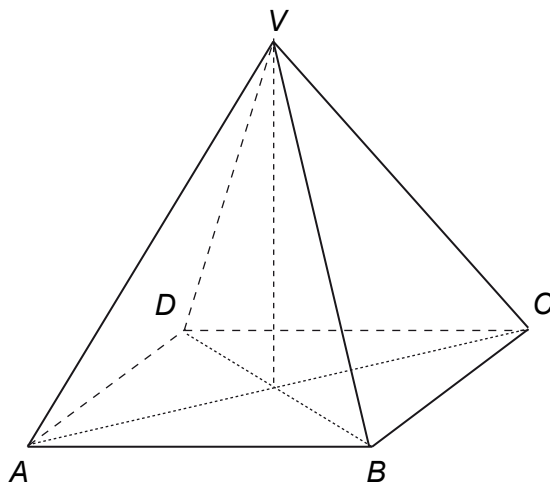
- 12 Priemerný vek všetkých členov rodiny (mamy, otca a detí) je 23 rokov. Priemerný vek rodičov je 45,5 roka. Určte počet detí v tejto rodine, ak priemerný vek všetkých detí je 14 rokov.

- 13** Grafy na obrázkoch znázorňujú maximálnu výšku snehovej pokrývky nameranú každý mesiac meteorologickými stanicami v Poprade a v Hurbanove. Vypočítajte, o koľko centimetrov je priemerná maximálna výška snehovej pokrývky za mesiace november (11), december (12), január (1), február (2) a marec (3) v Poprade väčšia ako v Hurbanove.



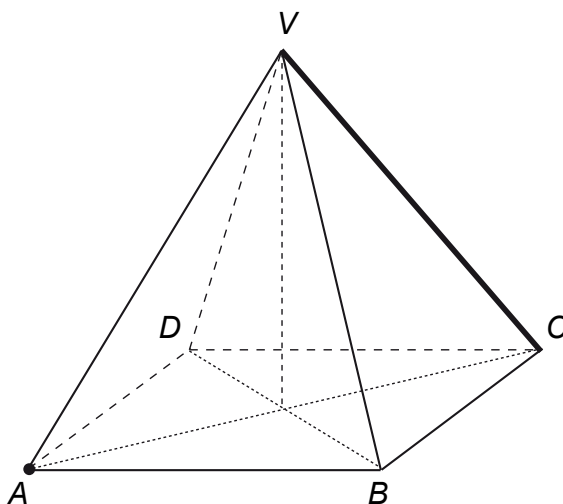
- 14** Obchodník kúpil 500 kg hrozna za 750 €. Hrozno roztriedil na kvalitnejšie a menej kvalitné. Kvalitnejšie hrozno predal so ziskom 20 %, menej kvalitné so stratou 6 %. Celkový zisk obchodníka z predaja všetkého hrozna bol 91,50 €. Vypočítajte, koľko kilogramov kvalitnejšieho hrozna obchodník predal.

- 15** Štvorcová podstava pravidelného ihlana $ABCDV$ (pozrite obrázok) má obsah 144 cm^2 . Veľkosť uhla bočných stien ABV , BCV , CDV a ADV s podstavou je 40° . Určte v centimetroch kubický objem ihlana $ABCDV$.



- 16** V trojčifernom čísle je počet desiatok o štyri väčší ako počet jednotiek. Ak v tomto čísle vymeníme posledné dve cifry a získané číslo sčítame s pôvodným číslom, dostaneme súčet 310. Určte pôvodné trojčiferné číslo.

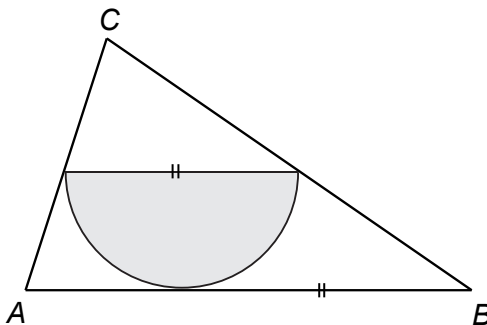
- 17** Pravidelný ihlan $ABCDV$ so štvorcovou podstavou (pozrite obrázok) má výšku 8 cm. Bočné hrany AV , BV , CV a DV majú dĺžku 10 cm. Určte v centimetroch vzdialenosť vrcholu A od bočnej hrany CV .



- 18** Pôvodná cena lyží sa počas cenovej akcie v obchodnom centre znížila o 30 %. Teraz, na konci zimnej sezóny, sa akciová cena lyží ešte znížila o 10 %. Vypočítajte, celkovo o koľko percent sa znížila pôvodná cena lyží na terajšiu cenu lyží.

- 19** Určte korene rovnice $\sin 2x = \sin x$ z intervalu $x \in (0^\circ; 360^\circ)$. Do odpoveďového hárka zapíšte v stupňoch súčet všetkých koreňov tejto rovnice z daného intervalu.

- 20** Do trojuholníka ABC je vpísaný polkruh (pozrite obrázok). Určte polomer polkruhu, ak dĺžka strany AB je 8 a výška na stranu AB je 4.



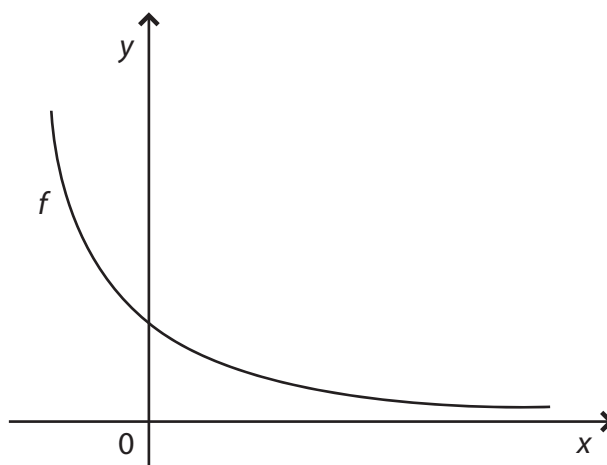
Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď označte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka. Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 V osudí je 6 bielych a 4 čierne guľôčky. Náhodne z osudia vytiahneme naraz dve guľôčky. Aká je pravdepodobnosť, že vytiahnuté guľôčky budú rôznej farby?

- (A) $\frac{2}{9}$
- (B) $\frac{2}{5}$
- (C) $\frac{7}{15}$
- (D) $\frac{8}{15}$
- (E) $\frac{24}{25}$

22 Na obrázku je časť grafu funkcie $f: y = 0,5^x$. Rozhodnite o monotónnosti, ohraničenosti a extrémoch funkcie f .



Funkcia f je na celom svojom definičnom obore

- (A) klesajúca, zdola ohraničená a nemá extrém.
- (B) klesajúca, zdola ohraničená a má minimum.
- (C) klesajúca, ohraničená a má minimum.
- (D) rastúca, zdola ohraničená a má minimum.
- (E) rastúca, ohraničená a nemá extrém.

23 Určte všetky $p \in \mathbb{R}$, pre ktoré kružnica $k: (x-4)^2 + (y-1)^2 = 17-p$ má aspoň jeden spoločný bod s osou x , ale nemá spoločný bod s osou y .

- (A) $p \in \langle 1;4 \rangle$
- (B) $p \in \langle 1;16 \rangle$
- (C) $p \in \langle 0;17 \rangle$
- (D) $p \in \langle 1;16 \rangle$
- (E) $p \in \langle 1;16 \rangle$

24 Určte reálne čísla a, b tak, aby kvadratická rovnica $ax^2 + bx - 2 = 0$ mala korene -2 a $\frac{1}{2}$.

- (A) $a = 12, b = 9$
- (B) $a = 2, b = -3$
- (C) $a = 2, b = 3$
- (D) $a = -2, b = 3$
- (E) $a = -2, b = -3$

25 Dané sú útvary: rovnoramenný trojuholník, rovnostranný trojuholník, štvorec, kosoštvorec, rovnoramenný lichobežník, pravidelný päťuholník a pravidelný osemuholník. Vyberte možnosť, v ktorej sú z daných útvarov uvedené len všetky stredovo súmerné útvary.

- (A) rovnostranný trojuholník, štvorec, pravidelný osemuholník
- (B) štvorec, kosoštvorec, pravidelný osemuholník
- (C) rovnostranný trojuholník, štvorec, kosoštvorec, pravidelný osemuholník
- (D) rovnoramenný trojuholník, rovnostranný trojuholník, rovnoramenný lichobežník, pravidelný päťuholník
- (E) rovnoramenný trojuholník, kosoštvorec, rovnoramenný lichobežník, pravidelný päťuholník

26 V trojuholníku ABC výška na stranu a leží na priamke určenej rovnicou $4x+5y+7=0$. Stred strany a je bod $S[5;2]$. Určte všeobecnú rovnicu priamky, na ktorej leží strana a trojuholníka ABC .

- (A) $4x+5y=0$
- (B) $4x+5y-30=0$
- (C) $5x+4y-33=0$
- (D) $5x-4y-17=0$
- (E) $5x-4y+10=0$

27 Mama, otec a ich dve deti si plánovali letnú dovolenku. Každý člen rodiny vyslovil svoje želanie:

Mama: „Ak pôjdeme k moru, tak chcem bývať v penzióne alebo chcem, aby sme mali polpenziu.“

Otec: „Ak nepôjdeme k moru, tak chcem bývať v hoteli.“

Syn: „Chcem ísť k moru a bývať v penzióne.“

Dcéra: „Chcem ísť k moru alebo bývať v hoteli.“

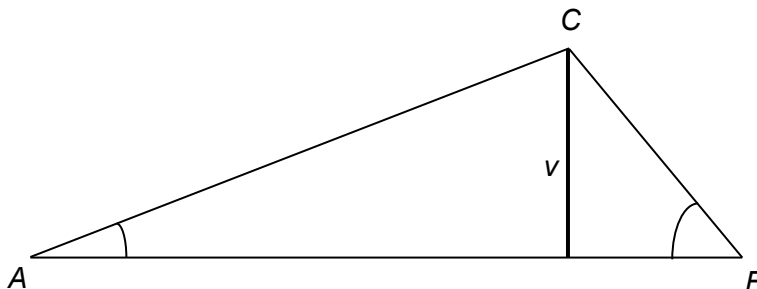
Nakoniec všetci išli v lete k moru, bývali v hoteli a mali polpenziu.

Určte všetkých členov rodiny, ktorým sa splnilo želanie.

- (A) mama, otec a dcéra
- (B) mama a dcéra
- (C) dcéra
- (D) syn a dcéra
- (E) mama, otec a syn

28 V trojuholníku ABC majú vnútorné uhly ležiace pri vrcholoch A a B veľkosti 30° a 45° (pozrite obrázok). Výška na stranu AB je 1 cm. Obsah trojuholníka ABC je

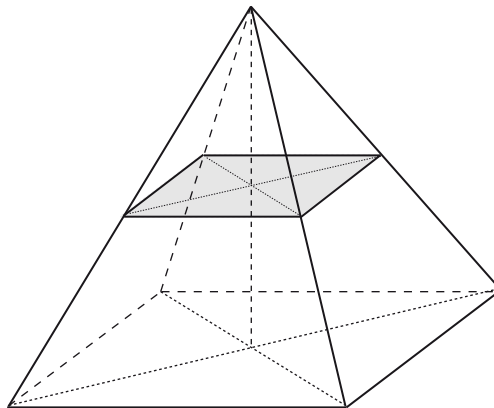
- (A) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ cm².
- (B) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ cm².
- (C) $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$ cm².
- (D) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ cm².
- (E) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ cm².



29 Sklo s hrúbkou 1 mm zachytí 5 % prechádzajúceho UV žiarenia. Koľko percent prechádzajúceho UV žiarenia zachytí sklo s hrúbkou 1 cm, zostavené z takýchto 1 mm skiel?

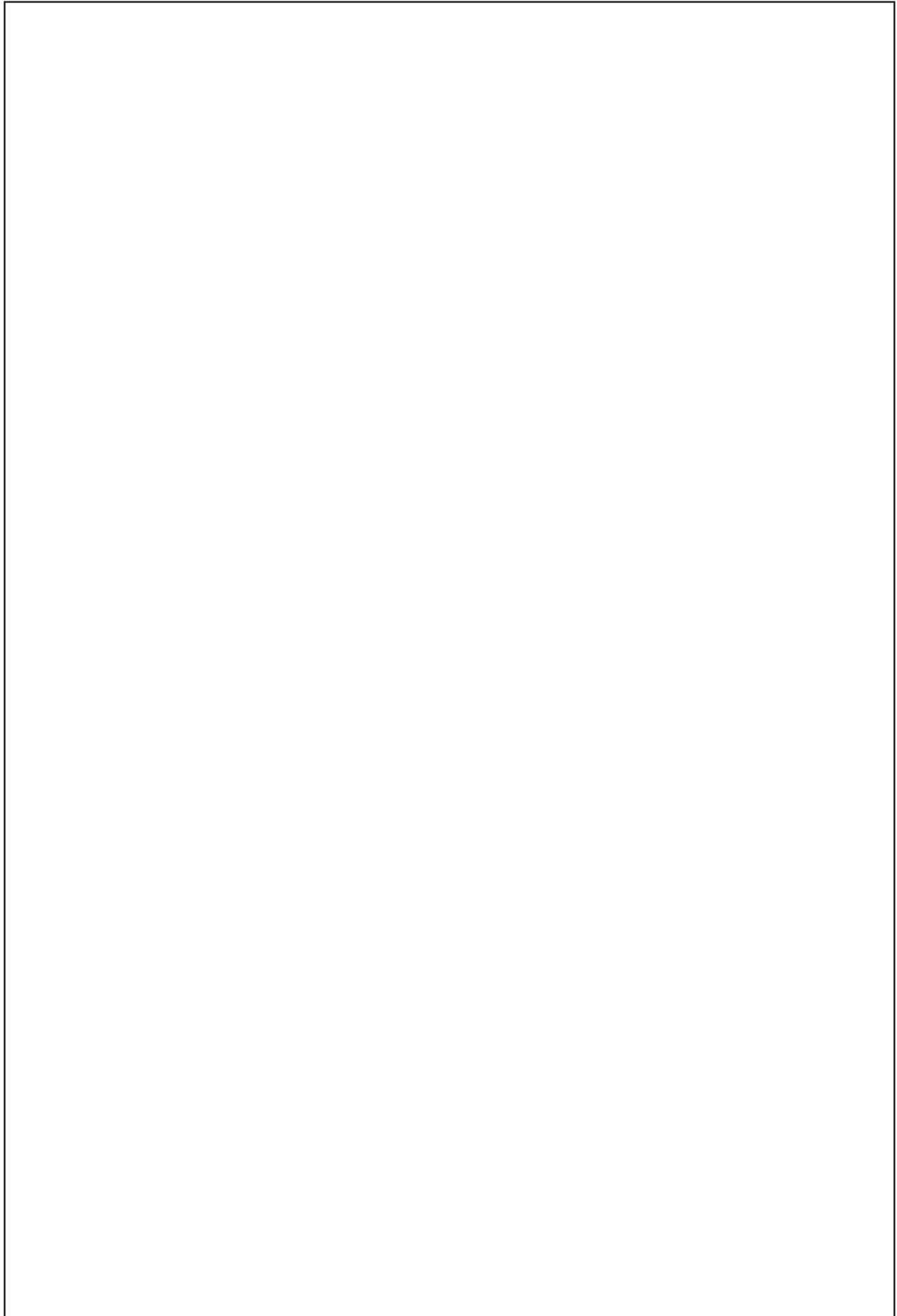
- (A) 36,98
- (B) 40,13
- (C) 50
- (D) 59,87
- (E) 63,02

- 30** Pravidelný ihlan so štvorcovou podstavou rozrežeme rovinou rovnobežnou s podstavou na dve časti (pozrite obrázok). Objem vzniknutého menšieho ihlana tvorí 20 % objemu pôvodného ihlana. Podstava vzniknutého menšieho ihlana má obsah 10 cm^2 . Určte v centimetroch štvorcových obsah podstavy pôvodného ihlana.



- (A) 17,10
- (B) 22,36
- (C) 29,24
- (D) 40
- (E) 50

KONIEC TESTU



PREHĽAD VZŤAHOV

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$ $\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Kombinatorika:

$P(n) = n!$ $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$ $V'(k, n) = n^k$ $C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky $p: ax + by + c = 0$: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$


Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{p_i}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka

Odpoveďové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať.
Aby skener vedel prečítať vaše odpovede, musíte dodržať nasledujúce pokyny:

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko písuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Textové polia (kód školy, kód testu, kód žiaka, ...) vyplňte veľkými tlačenými písmenami alebo číslicami. Vpisované údaje nesmú presahovať políčka určené na vpisovanie.

- Odpoveď na úlohu s výberom odpovede zaznačte krížikom .

- **Správne zaznačenie odpovede**

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- **Nesprávne zaznačenie odpovede**

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

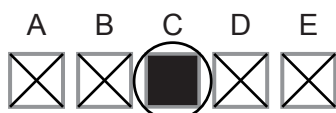
- **Nesprávne zaznačenie odpovede**

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- V prípade chybného vyplnenia údajov alebo odpovedí postupujte podľa nasledujúcich pokynov. V žiadnom prípade nepožadujte nový odpoveďový hárok.
- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik.



- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku.



- Jednotlivé číslice výsledku úlohy s krátkou odpoveďou napíšte do príslušných políčok. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu, resp. znak „-“.

- **Správne** zapísaný výsledok – 3,1

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	,	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---	---	---	---	--------------------------	--------------------------	--------------------------

- **Nesprávne** zapísaný výsledok – 3,1

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-		,	3	,	1
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---	--	---	---	---	---

- Oprava predchádzajúceho zápisu – 3,1

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---	---	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	---

- alebo

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---	---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!