



MATURITA 2006
EXTERNÁ ČASŤ

M A T E M A T I K A

úroveň A
kód testu: 2014

NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!

- Test obsahuje **30 úloh**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšte jednotlivé číslice výsledku do príslušných políček odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.**
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme vám veľa úspechov!

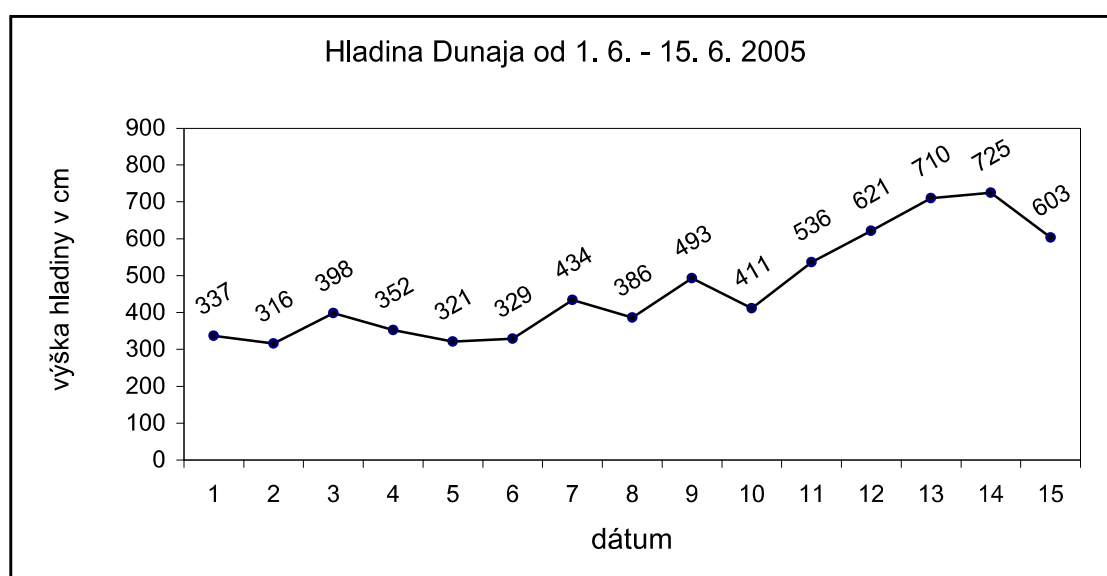
Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

04 Rovnica $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = \frac{x+1}{x-1}$ má práve jeden reálny koreň. Určte ho.

05 Nájdite najmenšie celé číslo, ktoré je z množiny $(A-B) \cap C$, kde A, B, C sú intervaly $A = \langle 2; 6 \rangle, B = \langle 1; 4 \rangle, C = \langle 3; 5 \rangle$.

Poznámka: Symbol $A - B$ označuje rozdiel množín A a B .

06 Výška hladiny Dunaja v Bratislave sa pravidelne meria každý deň o 6. hodine ráno. Graf nameraných hodnôt za prvú polovicu mesiaca jún 2005 vám predkladáme. Z uvedeného grafu určte najväčšiu zmenu (v centimetroch) za 24 hodín.



07 V trojuholníku ABC je bod $S[2; 3; 9]$ stred strany BC , bod $T[-4; 7; 1]$ je ťažisko trojuholníka. Nájdite prvú súradnicu vrchola $A[a; b; c]$.

08 Daný je štatistický súbor 2, 7, 8, 5, 6, 4, 2, 5, x, y . Vypočítajte aritmetický priemer tohto súboru, ak viete, že jeho modus je 4.

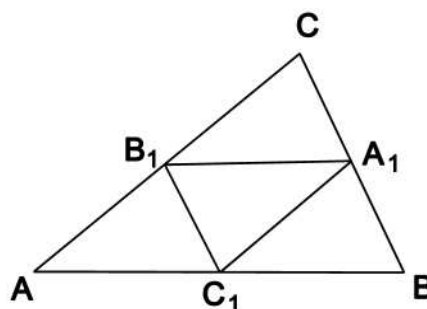
09 Polomer podstavy rotačného valca je 5 cm, jeho výška je 24 cm. Vypočítajte (v centimetroch) polomer gule opísanej tomuto valcu.

10 Nájdite také reálne číslo k , pre ktoré sústava
$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \\x - y + kz &= 2 \\2x - 2y - 2z &= 1\end{aligned}$$
 troch rovníc s neznámymi x, y, z nemá riešenie.

- 11** Daný je trojuholník ABC . Jeho stredné priečky sú úsečky A_1B_1 , B_1C_1 a A_1C_1 .

Obrazom trojuholníka ABC v istej rovnoľahlosti je trojuholník $A_1B_1C_1$.

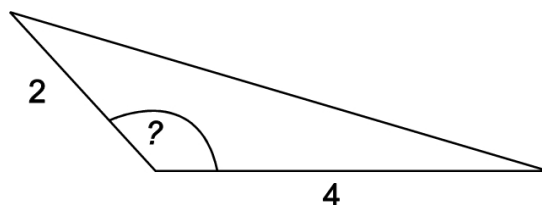
Určte koeficient tejto rovnoľahlosti.



- 12** Vnútorné uhly trojuholníka majú veľkosti 30° , 45° , 105° , jeho najdlhšia strana meria 10 cm. Vypočítajte dĺžku najkratšej strany. Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na dve desatinné miesta.

- 13** Tupouhlý trojuholník má obsah 2 cm^2 a strany určujúce tupý uhol sú dlhé 2 cm a 4 cm.

Určte veľkosť tohto tupého uhla v stupňoch.



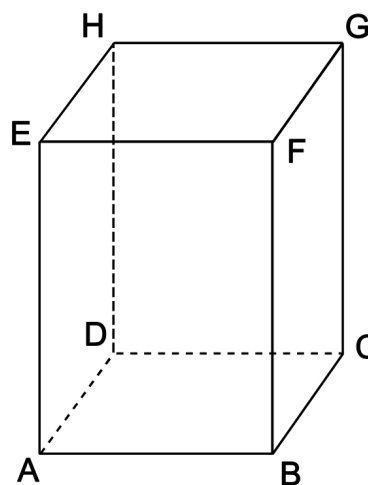
- 14** Rovnica $(\sin x + \cos x)^2 = 1,5$ má v intervale $(0^\circ; 90^\circ)$ dva korene. Určte (v stupňoch) väčší z nich.

- 15** Na priamkach určených rovnicami $3x - 5y + 15 = 0$ a $3x - 5y + 6 = 0$ leží dvojica rovnobežných strán štvorca. Určte s presnosťou na dve desatinné miesta obsah tohto štvorca.

- 16** Daný je kváder $ABCDEFGH$, v ktorom $|AB| = 3$, $|AD| = 4$, $|AE| = 12$.

Vypočítajte uhol, ktorý zvierajú telesové uhlopriečky AG a BH .

Výsledok uveďte v stupňoch s presnosťou na dve desatinné miesta.



17 Definičným oborom funkcie $f : y = \sqrt{\ln \frac{x}{4-x}}$ je interval $\langle a; b \rangle$. Nájdite tento interval a do odpovedového hárka napíšte podiel $\frac{a}{b}$.

18 Vypočítajte súčet všetkých trojciferných čísel, ktoré sú deliteľné číslom 47.

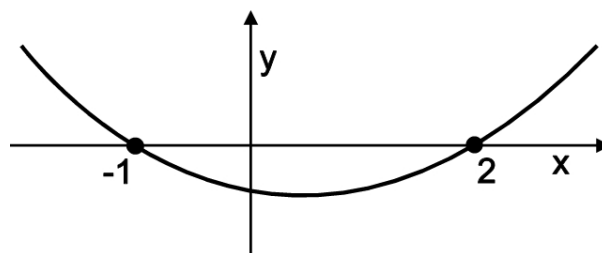
19 Vypočítajte $\log_x y$, ak viete, že $y^5 = \sqrt{x^3}$ a x, y sú kladné čísla, nerovnajúce sa 1.

20 Sú dané otvorené intervaly $A = (x - 2; 2x - 1)$, $B = (3x - 4; 4)$. Nájdite najväčšie reálne číslo x , pre ktoré platí $A \subset B$.

Časť II

V každej z úloh 21 až 30 je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí (A) až (E). Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka. Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne odpovedať údajom zo zadania úlohy.

- 21** Na obrázku je časť grafu kvadratickej funkcie $y = x^2 + bx + c$. Akú hodnotu má v predpise tejto funkcie koeficient b ?



- (A) 1 (B) 3 (C) -6 (D) -2 (E) -1

- 22** Do rotačného valca s polomerom podstavy 9 cm a výškou 12 cm je vpísaný rotačný kužeľ tak, že majú spoločnú podstavu. Vypočítajte obsah plášt'a S_{pl} tohto kužeľa s presnosťou na dve desatinné miesta. $S_{pl} =$

- (A) 282,74 cm². (B) 339,29 cm².
(C) 424,12 cm². (D) 565,49 cm².
(E) 678,58 cm².

- 23** Akú pravdivostnú hodnotu majú výroky A , B , C , ak viete, že implikácia $C \Rightarrow A$ je nepravdivá a implikácia $C \Rightarrow B$ pravdivá?

- (A) A je pravdivý, B a C sú nepravdivé. (B) B je pravdivý, A a C sú nepravdivé.
(C) C je pravdivý, A a B sú nepravdivé. (D) A je nepravdivý, B a C sú pravdivé.
(E) B je nepravdivý, A a C sú pravdivé.

- 24** Podľa sčítania obyvateľstva žilo k 1. decembru 1970 na Slovensku 4 537 290 obyvateľov, k 1. decembru 1980 to bolo 4 991 168 obyvateľov. Predpokladajme, že za uvedené obdobie bol ročný percentuálny prírastok obyvateľstva p konštantný. Aká je (s presnosťou na tri desatinné miesta) hodnota p ?

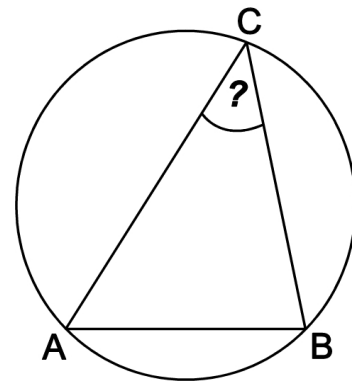
- (A) 0,909 % (B) 0,958 % (C) 0,993 % (D) 1,000 % (E) 1,001 %

25 Ktoré z nasledujúcich tvrdení o extrémoch funkcie $f : y = \frac{2x-6}{x-1}$ definovanej na intervale $\langle 2; 3 \rangle$ je pravdivé?

Pomôcka: Načrtnite si graf funkcie f .

- (A) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda minimum pre $x = 2$ a maximum pre $x = 3$.
- (B) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda maximum pre $x = 2$ a minimum pre $x = 3$.
- (C) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda maximum, ale nenadobúda minimum.
- (D) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda minimum, ale nenadobúda maximum.
- (E) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nenadobúda ani maximum ani minimum.

26 Ostrohý trojuholník ABC so stranou $|AB| = 6$ je vpísaný do kružnice s polomerom $r = 5$. Akú veľkosť (s presnosťou na dve desatinné miesta) má uhol pri vrchole C ?



- (A) $33,56^\circ$
- (B) $36,87^\circ$
- (C) $38,66^\circ$
- (D) $51,34^\circ$
- (E) $53,13^\circ$

27 V množine R riešte rovnicu $\sqrt{2y-5} = 10 - y$. Ktoré z nasledujúcich tvrdení o počte jej koreňov je pravdivé?

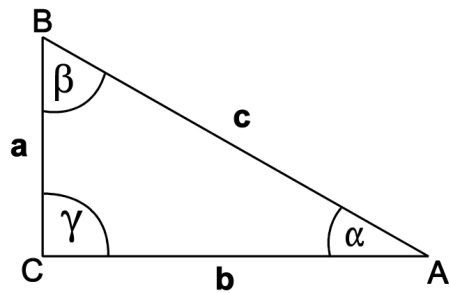
- (A) Daná rovnica má 2 rôzne korene a tie majú rovnaké znamienka.
- (B) Daná rovnica má 2 rôzne korene a tie majú opačné znamienka.
- (C) Daná rovnica má 1 koreň a ten je záporný.
- (D) Daná rovnica má 1 koreň a ten je kladný.
- (E) Daná rovnica nemá korene.

28 Funkcia f rastie na intervale $(-\infty; 3)$ a klesá na intervale $\langle 3; \infty)$, jej graf pretína os x v bodoch $[1; 0]$ a $[4; 0]$. Na ktorých intervaloch funkcia $y = |f(x)|$ klesá?

- (A) $(-\infty; 1)$ a $\langle 3; 4)$
- (B) $\langle 3; \infty)$
- (C) $\langle 1; 3)$ a $\langle 4; \infty)$
- (D) $(-\infty; 1)$ a $\langle 4; \infty)$
- (E) $\langle 1; 4)$

29 Veľkosti uhlov v pravouhlom trojuholníku sú v pomere $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 2 : 3$.

Pri zvyčajnom označení strán trojuholníka je číslo $\frac{\sqrt{3}}{3}$ pomerom



- (A) $b : c$. (B) $c : b$. (C) $a : c$. (D) $b : a$. (E) $a : b$.

30 Daný je štvorec $ABCD$ so stranou 8 cm. Náhodne zvolíme vnútorný bod X tohto štvorca. Aká je pravdepodobnosť (s presnosťou na dve desatinné miesta), že bod X bude od vrcholu A vzdialený aspoň 6 cm?

- (A) 0,25 (B) 0,44 (C) 0,56 (D) 0,61 (E) 0,75

KONIEC TESTU

Poznámky:

Poznámky:

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:

$$\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:

$$P(n) = n!$$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Geometrický priemer: $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdots a_n}$

Harmonický priemer: $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, \quad t \in \mathbb{R}$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; \quad [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0; \quad [a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r(r + v)$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka

Odpoveďové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať.
Aby skener vedel prečítať Vaše odpovede, musíte dodržať nasledujúce pokyny:

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Textové polia (kód školy, kód testu, kód žiaka, ...) vyplňujte veľkými tlačenými písmenami alebo číslicami podľa predpísaného vzoru. Vpisované údaje nesmú presahovať biele pole určené na vpisovanie.

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- Riešenia úloh s výberom odpovede zapisujte krížikom ☒.

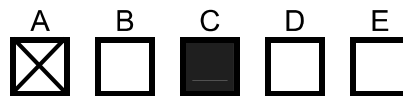
- Správne zaznačenie odpovede (A)

A	B	C	D	E
☒	☐	☐	☐	☐
A	B	C	D	E
- Nesprávne zaznačenie odpovede (B)

☐	☒	☐	☒	☐
A	B	C	D	E
☐	☒	☐	☐	☐

V prípade chybného vyplnenia údajov alebo odpovedí postupujte podľa nasledujúcich pokynov. V žiadnom prípade nepoužívajte nový odpoveďový hárak.

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko so zlým krížikom a urobte nový krížik.



- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku.



- Jednotlivé číslice riešenia úlohy s krátkou odpoveďou napíšte do príslušných políčok podľa predpísaného vzoru. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu, resp. znak „-“.

- Správne zapísaný výsledok $-3,1$

			-	3	,	1			
--	--	--	---	---	---	---	--	--	--
- **Nesprávne** zapísaný výsledok $-3,1$

				-		3	,	1	
--	--	--	--	---	--	---	---	---	--
- Oprava predchádzajúceho zápisu $-3,1$

		-	3					1	
		-	3		,	1			

alebo

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!

Test je spolufinancovaný Európskym sociálnym fondom