

Test z matematiky MAA– variant 1337



MATURITA 2005

EXTERNÁ ČASŤ

M A T E M A T I K A

úroveň A

kód testu 1337

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!**

- Test obsahuje **30 úloh**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.**
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme Vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

© ŠPÚ BRATISLAVA 2005

© ŠPÚ BRATISLAVA 2005

Časť I

Vyriešte úlohy **01 – 20** a do odpovedového hárka zapíšte vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

- Výsledok zapisujte do odpovedového hárka **pomocou desatinných čísel**.
- Pri zápise rešpektujte predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
- Znamienko – (mínus) napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty, ...) **nezapisujte** do odpovedového hárka.
- Ak je Váš výsledok celé číslo, nevypĺňajte políčka za desatinnou čiarkou.

Napríklad

výsledok $-33,1$ zapíšte - ,

výsledok 5 zapíšte

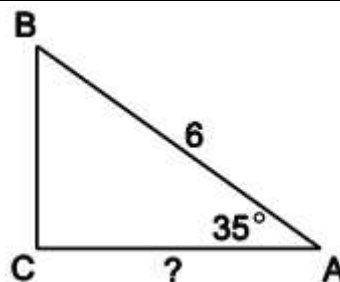
výsledok $427,19$ zapíšte

01 Z dreva sa získa 45 % buničiny a z nej 60 % papiera. Koľko ton papiera sa vyrobí z 300 ton dreva?

02 V pravouhlom trojuholníku ABC je $|AB| = 6$, $\alpha = 35^\circ$.

Vypočítajte dĺžku strany AC , výsledok uveďte zaokrúhlený na 1 desatinné miesto.

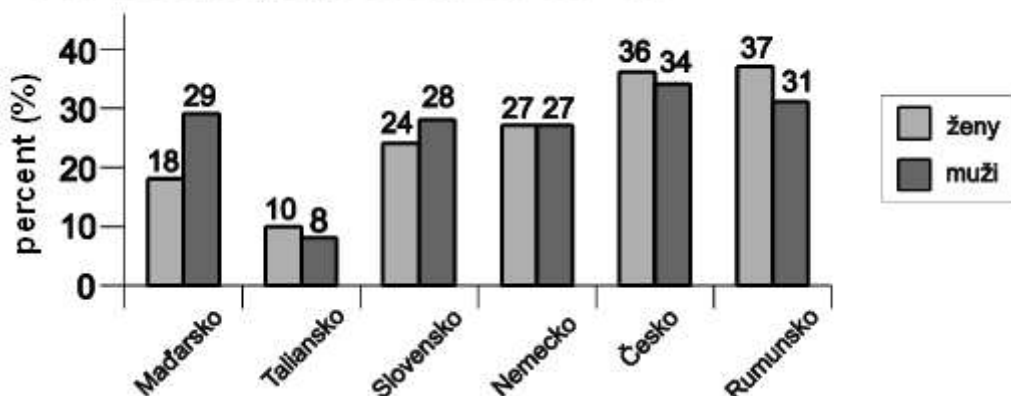
Poznámka: Zaokrúhlite len vypočítanú dĺžku strany AC , nezaokrúhľujte čísla, ktoré používate pri medzivýpočtoch.



03 V pravidelnom n -uholníku má vnútorný uhol veľkosť 144° . Nájdite číslo n udávajúce počet strán tohto mnohoúhelníka.

04 Dospelú populáciu na Slovensku tvorí 2 250 tisíc žien a 2 075 tisíc mužov. Na základe nasledujúcej tabuľky uverejnenej v dennej tlači vypočítajte (v tisíckach), koľko dospelých ľudí na Slovensku trpí obezitou.

Percento dospelaj populácie trpiace obezitou



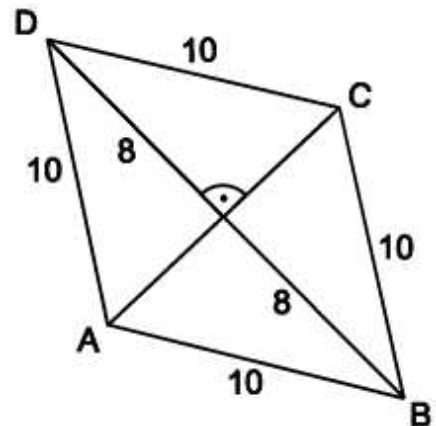
05 Daných je 5 celých čísel, ktoré sú v pomere 1 : 2 : 3 : 4 : 5. Ich aritmetický priemer je 12. Určte najmenšie z týchto čísel.

06 V obchode majú 12 druhov pohľadníc. Koľkými spôsobmi môžeme kúpiť 4 rôzne pohľadnice, ak na poradí, v akom pohľadnice kupujeme, nezáleží?

07 Rovnica $|2x - 6| = 3x - 4$ má jediný koreň. Určte ho.

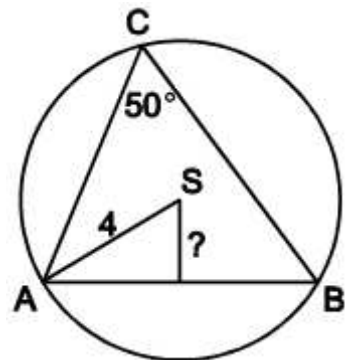
08 Nájdite koreň rovnice $2^{x+3} - 4 \cdot 2^x = \frac{1}{2}$.

09 Vypočítajte obsah štvoruholníka $ABCD$ znázorneného na obrázku.



10 Obvodový uhol patriaci k oblúku AB kružnice s polomerom 4 cm má veľkosť 50° . Aká je vzdialenosť tetivy AB od stredu S tejto kružnice?

Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na dve desatinné miesta.



11 Pre akú hodnotu a sú priamky $p : ax - 6y + 2 = 0$ a $q : 3x + 8y + a = 0$ navzájom kolmé?

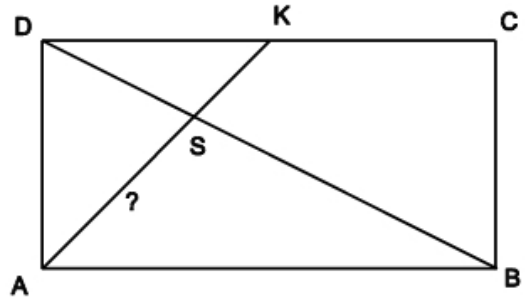
12 Aká je hodnota čísla a , ak viete, že množinou všetkých koreňov nerovnice $x^2 + ax - 6 < 0$ je interval $(-2; 3)$?

13 Určte počet priesečníkov grafu funkcie $f : y = (x^2 - 1) \cdot (4x^2 + 4x + 1)$ so súradnicovou osou x .

14 Riešením sústavy
$$\begin{aligned} x + 2y + 2z &= 5 \\ 2x - y + 3z &= 3 \end{aligned}$$
 je jediná usporiadaná trojica čísel $[x; y; z]$. Aká je hodnota neznámej z ?

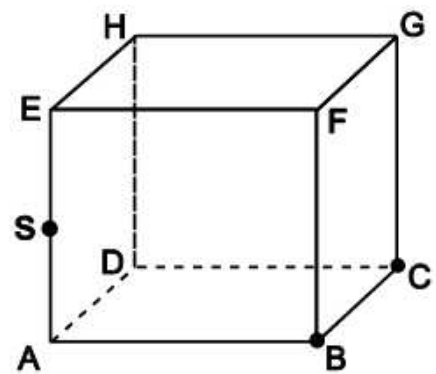
$x + y + 2z = 4$

- 15** V obdĺžniku $ABCD$ je K stred strany CD ,
 S je priesečník úsečiek AK a BD .
 Vypočítajte veľkosť $|AS|$, ak viete, že
 $|AK| = 9$.



- 16** Jednu základňu lichobežníka $ABCD$ tvoria body $A[2; 4]$ a $B[3; 6]$, druhú body $C[1; 5]$ a $D[e; f]$. Určte číslo e , ak viete, že $\overrightarrow{DC} = 2 \cdot \overrightarrow{AB}$.

- 17** Kocka $ABCDEFGH$ má hranu dĺžky 4 cm. Označme S stred hrany AE . Vypočítajte v štvorcových centimetroch obsah rezu tejto kocky rovinou BCS . Výsledok uveďte zaokrúhlený na jedno desatinné miesto.



Poznámka: Zaokrúhlite len vypočítaný obsah, nezaokrúhľujte čísla, ktoré používate pri medzivýpočtoch.

- 18** Akú veľkosť má uhol priamky $p: x = 1 + t, y = -2 + t, z = 2 - t$ ($t \in R$) a roviny $x - y - z - 7 = 0$? Výsledok uveďte s presnosťou na celé stupne.

- 19** Pre vhodné čísla A, B sa funkcia $y = 4x^2 + 4x - 3$ rovná funkcii $y = A(x - 1)(x + 2) + B$. Určte hodnotu čísla B .

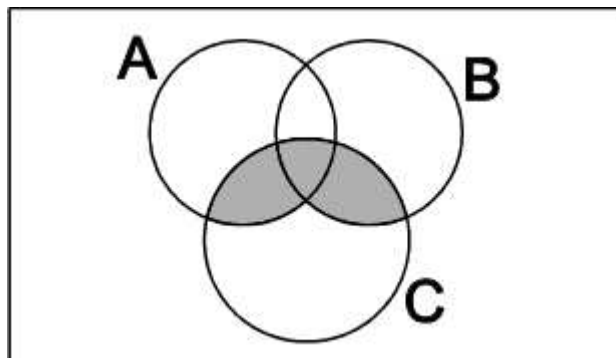
- 20** Graf lineárnej lomenej funkcie $y = \frac{x + 3}{2x - 8}$ je súmerný podľa stredy $S[m, n]$. Nájdite a do odpoveďového hárka zapíšte číslo m .

Časť II

V každej z úloh 21 až 30 je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí (A) až (E). Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka.

21 Ktorá z nasledujúcich množín je vyznačená na diagrame na obrázku ?

- (A) $(A \cap C) \cup B$
- (B) $(A \cap B) \cup C$
- (C) $(A \cup B) \cap C$
- (D) $(A \cup C) \cap B$
- (E) $(B \cup C) \cap A$



22 Funkcia $f : y = 3^x - 2$ je

- (A) zdola ohraničená, zhora neohraničená a klesajúca.
- (B) zdola ohraničená, zhora neohraničená a rastúca.
- (C) zdola neohraničená, zhora ohraničená a klesajúca.
- (D) zdola neohraničená, zhora ohraničená a rastúca.
- (E) neohraničená zdola aj zhora a rastúca.

23 Ak $\log_a x = t$, tak

- (A) $x = a^t$.
- (B) $x = t^a$.
- (C) $a = x^t$.
- (D) $a = t^x$.
- (E) $t = x^a$.

24 V trojuholníku ABC ležia oproti stranám a, b, c uhly α, β, γ (v tomto poradí). Ak $\alpha = 35^\circ$ a $\beta = 75^\circ$, tak pre veľkosti strán tohto trojuholníka platí:

- (A) $a < b < c$.
- (B) $a < c < b$.
- (C) $b < a < c$.
- (D) $b < c < a$.
- (E) $c < a < b$.

25 Školská jedáleň kúpila a kg zemiakov po 15 Sk/kg. Koľko kg zemiakov by mohla kúpiť za tú istú sumu, ak by za 1 kg zaplatila o b Sk menej?

- (A) $\frac{15 \cdot a}{b}$
- (B) $\frac{15 \cdot a}{a - b}$
- (C) $\frac{15 - b}{a}$
- (D) $(15 - b) \cdot a$
- (E) $\frac{15 \cdot a}{15 - b}$

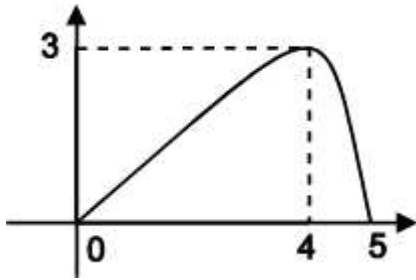
26 Máme dve kocky, modrú a červenú. Každou sme hodili jedenkrát. Aká je (s presnosťou na dve desatinné miesta) pravdepodobnosť, že práve na jednej z týchto kociek padla šestka?

- (A) 0,03
- (B) 0,14
- (C) 0,17
- (D) 0,28
- (E) 0,33

27 Funkcia $y = 1 - (\cos x - \sin x)^2$ má pre každé $x \in \mathbb{R}$ rovnakú hodnotu ako funkcia

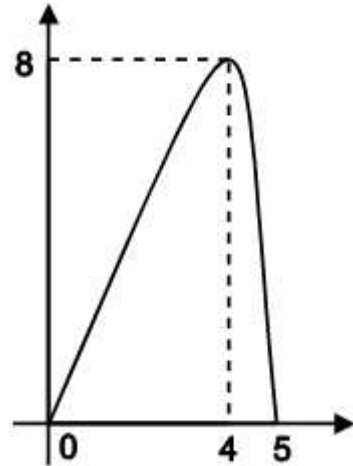
- (A) $1 - \cos x$
- (B) $\cos 2x$
- (C) $\sin x$
- (D) $1 - \sin x$
- (E) $\sin 2x$

28 Na obrázku je graf funkcie $y = f(x)$.

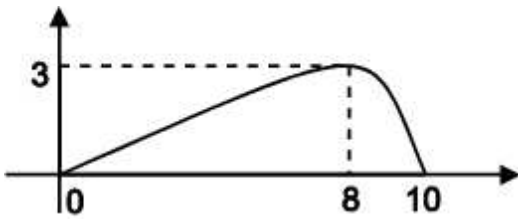


Na ktorom z nasledujúcich obrázkov je graf funkcie $y = f(x+5)$?

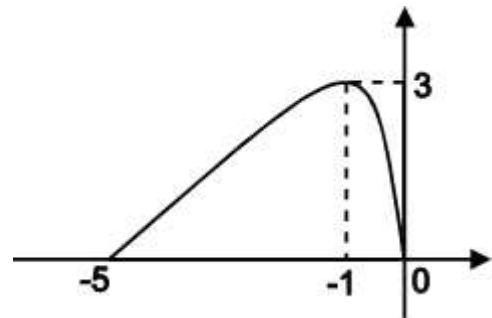
(A)



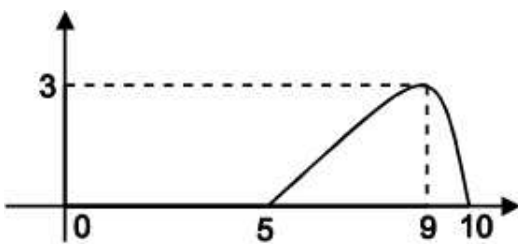
(B)



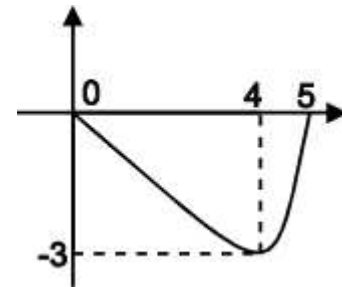
(C)



(D)



(E)



29 Ak zmenšíme polomer valca o 20 % a zároveň zväčšíme jeho výšku o 50 %, tak sa jeho objem

- (A)** zmenší o 4 %.
- (C)** zmenší o 40 %.
- (E)** zväčší o 30 %.

- (B)** zmenší o 10 %.
- (D)** zväčší o 4 %.

30 Ktoré z nasledujúcich tvrdení je pravdivé?

Ak $a > 1$, $b > 1$ sú dve rôzne prirodzené čísla, tak ich najmenší spoločný násobok

- (A)** je vždy menší ako väčšie z čísel a , b .
- (B)** je vždy väčší ako menšie z čísel a , b .
- (C)** sa vždy rovná menšiemu z čísel a , b .
- (D)** sa vždy rovná väčšiemu z čísel a , b .
- (E)** sa vždy rovná súčinu čísel a , b .

KONIEC TESTU

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:

$$\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:

$$P(n) = n!$$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Geometrický priemer:

$$\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

Harmonický priemer:

$$\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; \quad [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0; \quad [a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r(r + v)$	$S_p + Q$	$\pi r(r + s)$	$4\pi r^2$

